

Leçon 228 : Continuité, dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.

I Continuité

1 Généralités et premières propriétés

- Définition, stabilité par opérations
- Notion de prolongement par continuité

2 Théorèmes fondamentaux

- Continuité uniforme
- Théorème de Heine
- Théorème des bornes
- **DEV 1 : Théorème de Weierstrass par la convolution**
- Théorème des valeurs intermédiaires

II Dérivabilité

1 Généralités et premières propriétés

- Définition, stabilité par opérations
- Dérivées usuelles
- Dérivabilité \implies continuité
- Exemple de fonction continue, nulle part dérivable
- Exemple de fonction dérivable, pas \mathcal{C}^1

2 Théorèmes fondamentaux

- Théorème fondamental de l'analyse
- Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis
- Lien entre signe de la dérivée et sens de variation
- x extrema local $\implies f'(x) = 0$
- Formule de Taylor-Lagrange
- **DEV 2 : Méthode de Newton**

III Suites de fonctions

- Introduction de la convergence uniforme pour le passage à la limite de la continuité
- Régularité de la fonction limite (en fonction des hypothèses)
- Résultats sur les approximations de l'unité (pour le dev sur Weierstrass)

IV Fonctions définies par une intégrale à paramètre

- Théorème de régularité sous le signe intégrale
- Application à la fonction Γ
- On en déduit les résultats sur les séries de fonction (en prenant la mesure de comptage)
- Application à la fonction ζ