Leçon 223 : Suites réelles et complexes. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

I Suites classiques

- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques
- Suites récurrentes linéaires à coefficients constants, exemple de la suite de Fibonacci
- Étude d'une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$, lien avec la monotonie de f
- DEV 1 : Méthode de Newton
- Application : approximation de racine carrée

II Propriétés générales

1 Notion de convergence

- Unicité de la limite, opérations sur les limites
- Application à la caractérisation séquentielle de la continuité
- Notion de suites adjacentes, application à la moyenne arithmético-géométrique
- Lemme de Cesáro

2 Suites de Cauchy

- Une suite de Cauchy est bornée
- Le caractère Cauchy caractérise la convergence sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$
- Application à la divergence de la série harmonique

3 Comparaison de suites

- Théorème des gendarmes
- Comparaison asymptotique
- Théorème de comparaison pour les séries
- DEV 2 : Développement asymptotique de la série harmonique

III Valeurs d'adhérence

1 Généralités

- Définition par les suites extraites (et non topologique)
- Une suite convergente n'a qu'une seule valeur d'adhérence, on utilise souvent la réciproque pour montrer la non convergence
- Théorème de Bolzano-Weierstrass

2 Limite supérieure/inférieure

- Définition
- Ce sont des valeurs d'adhérence de sous-suites monotones
- Ce sont la plus grande/petite valeur d'adhérence
- C'est toujours défini dans $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$
- Elles caractérisent la convergence