239 - Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

➤ Références	[Zully_queff] , [Candelpergher] , [PGCD] , [Amrani_Fourier]
📄 Section	Analyse
📅 Date	@5 novembre 2024
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok
☰ Enseignant	Isabelle Gruais
➤ Développements choisis	Théorème de Lévy + TCL , Méthode de Laplace
🔍 Nb choisis	2
➤ Autres développements à case comme item	Formule des compléments

Rapport de Jury

Introduction

- fonctions apparaissent naturellement, surtout en physique
- bons outils pour résoudre équa diffs
- transformée de Fourier

Plan

(Attention aux convention ⇒ intègre par rapport à t Attention les livres font différemment)

▼ Plan

- Théorème de convergence dominé [Cand]
- I. Théorèmes et premiers exemples
 - Espace mesuré, E e.m., s'intéresse aux fonctions du type...(convention)
 - 1. Théorèmes généraux
 - 2. Fonction gamma
 - 3. Transformée de Laplace
- II. Comportement asymptotique: méthode de Laplace
- III. Convolution
 - 1.
- IV. Transformée de Fourier

▼ Plan détaillé

- ▼ I.1.
 - Queffelec et Candelperher
 - théo 1: continuité sous le signe sommes (mettre avec compacts) [Queff]
 - contre exemple [Candel p 44]
 - rq tous les théorèmes peuvent s'utiliser aux séries avec la mesure de comptage
 - théo 2: dérivation [Queff]
 - app: intégral de gauss par étude fonction [Candel]
 - rq remplacer par C1 [Queff]
 - contre ex: dérivabilité ne suffit pas [Candel]
 - théo classe C_k (en itérant les deux premiers théorèmes) [Queff]
 - théo Holomorphic [Queff]
 - app: calcul fonction caractéristique gaussienne (si genée donne intégrale)
- ▼ I. 2. Fonction gamma
 - Queffelec p 318
 - def
 - prop bien définie, C_{∞} , se prolonge en une fonction holomorphe et $\Gamma(z+1)=z\Gamma(z)$ et demo n!
 - rq: on rencontre cette fonction notamment en probabilité
- ▼ I. 3. Transformée de Laplace
 - Candel p 52+ wikipédia

- def
- prop + ajouter transformée de Laplace de la dérivée
- rq utilité grâce inversion pour résoudre des équations différentielles

▼ II. 1.

Méthode de Laplace: faire une intro comme candel

Dessins en annexe

Appli Stirling [petit guide] et aussi explications candel

▼ III.1.

Breizis

▼ III.2.

Tableau en annexe des transformées

Un peu de prpp dans Queffelec mais pas grand chose

En plus: plan de base de Dams et Coline

- fonction d'Airy → applications en physique quantique et statistique
- méthode de la phase stationnaire