236 - Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

➤ Références	[Candelpergher], [GOU.ANA], [Statsaction], [Zully_queff], [PGCD], [Carnet_voyage_analystan].
⊙ Section	Analyse
📅 Date	@20 novembre 2024
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok
☰ Enseignant	Bachir Bekka
➤ Développements choisis	Formule des compléments, Méthode de Laplace
🔍 Nb choisis	2

Rapport de Jury

Introduction

→ calcule d'une intégrale comme l'aire sous la courbe. Pour des calculs de surface de volumes, quand sait paramétrer bords. Flux, en physique ou en proba pour calcul de probabilités ou d'espérance. Equa diff: Duhamel

→ opération inverse de la différentiation

Plans

▼ Plan

- I. Méthodes directes
 - 1. Dans R
 - 2. Dans $\mathbb{R}^d$
 - II. Méthode utilisant l'étude d'une fonction ou d'une suite de fonction
 - 1. Suites et séries de fonctions
 - 2. Intégrale à paramètres
 - III. Grâce à l'analyse complexe
 - IV. Méthode de calcul approché d'intégrales
 - 1. Méthodes itératives
 - 2. Méthode de Monte Carlo
- Annexe: primitives usuelles

▼ Plan détaillé

- ▼ I.1. Dans R
 - Gourdon
 - Theo fondamentale + Primitive directe + tableau en annexe [Gou] (+ ex de celles qui servent pour DES) + ex: linéarisation: polynômes en sinus et cosinus (gou)
 - IPP [Gou] + ex $\gamma(n)=(n-1)!$ et Wallis
 - Changement de variable sur un intervalle [Gou] ex Règle de Bioche [Gou] + ex
 - Primitives de fractions rationnelles: décomposition en élément simple [Gou] + ex
- ▼ I. 2. Dans $\mathbb{R}^d$
 - Fubini Tonelli (positif et général) Candelpergher (mesure sigma finies ?)
 - changement de variable dans $\mathbb{R}^d$ avec des ouvert [Candel]
 - ex/app: coordonnées polaires et intégrale de Gauss [Gou]
 - ex: volume d'une boule ?
- ▼ II. 1. Suites et séries de fonctions
 - somme de Riemann + ex pb 10 du Gourdon p 183 à trouver
 - CV dominée
 - Une application: méthode de Laplace pour trouver équivalent DEV 1 + app Stirling
 - $f_n \rightarrow f$ CVU, int de $f_n \rightarrow$ int f + EXEMPLE
 - interversion série intégrale en développement en série entière + ex $\int_0^1 \frac{\ln(x)}{1+x} dx$
- ▼ II. 2. Intégrales à paramètre
 - continuité, dérivabilité (ZQ)

- Gamma Cinfini si besoin
- ex: où on dérive et sait intégrer exo 9 bibmath exercices d'intégrale à paramètre ou Gourdon à simplifier pb 4 p 178
- transformée de Fourier: calcul de la transformée de Fourier de la gaussienne méthode équa diff

▼ III. Analyse complexe

- intégrale le long d'un chemin et ex simple
- formule de cauchy
- cs: intégrale sur contour fermé est nul si holomorphe sur ouvert étoilé
- intégrale de Fresnel: Candelbergher p 139
- holomorphie sous l'intégrale + prolongement de gamma sur $\mathbb{R}^+$
- prolongement analytique
- rq transformée de Fourier de la gaussienne
- résidus
- ex: calcul de la fonction caractéristique d'une cauchy
- ex formule des compléments DEV 2

▼ IV.1. Méthodes itératives

→ ref? Analystan ?

- méthode des rectangles
- trapèzes
- point milieu
- schema annexe

▼ IV.2. Monte Carlo

→ ref ? Stats en action ?

- explications + schema annexe

- pourquoi sur un segment on a pas besoin de la bijection pour faire CVAR?
- comparaison série/intégrale