191 - Exemples d'utilisation des techniques d'algèbre en géométrie.

➤ Références	[NH2G2.T2], [Audin], [Combes]
📁 Section	Algèbre
📅 Date	@2 avril 2025
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok REF !
☰ Enseignant	David Bourqui
➤ Développement choisis	<u>Isométries du cube et du tétraèdre.</u> , <u>Polygones constructibles</u>
🔍 Nb choisis	2
➤ Autres développements à case comme item	<u>Matrice de Gram + Hadamard</u> , <u>Matrice circulante et polygones réguliers</u>
➤ Développements	<u>Matrice circulante et polygones réguliers</u> , <u>Polygones constructibles</u> , <u>Isométries du cube et du tétraèdre.</u>

Rapport de Jury

Introduction

- les outils élaborés d'algèbre que nous connaissons nous permettent d'avoir une étude on ne peut plus détaillé des problèmes géométriques
- théorie des groupes: permet de faire des classifications des objectfs (ex coniques) en regardant les orbites sous l'action d'un groupe de transformation (ex groupe des transformations affines..)

Plans

▼ Plan

I. Nombres complexes

1. Utilisation des affixes pour représenter les points
2. Expression facile de transformation du plan

II. Déterminant pour l'étude de distances, aires et volumes

1. Distances: Gram
2. Aires et volumes
3. Coordonnées barycentriques

III. Groupe

1. Classification d'objet sous l'action de groupe affine
2. Sous-groupes des isométries préservant une partie

IV. Corps: nombres constructibles à la règle et au compas

1. Points et nombres constructibles
2. Polygones constructibles

Annexe: beaucoup de trucs à mettre, classification coniques, schema isométries cubes/tétraèdre, suites de polygones

▼ Plan détaillé

▼ I.1. Utilisation des affixes pour représenter les points

- prop: bijection de $\mathbb{C}$ sur Plan
- def affixe
- vecteurs $AB = zB - zA$
- app: suites de polygones: P0 quadrilatère alors P1 parallélogramme pour $a=b=1/2$
- distance entre A et B: $zA - zB$
- angle entre deux vecteurs avec affixes ?
- application: théo angle inscrit ?

▼ I. 2. Expression facile de transformation du plan

- similitude: $z \rightarrow az + b$
- rotation: $z \rightarrow \exp(i\theta)(z - w)$
- app ?
- (inevrsion?)
- Suites de polygones
 - def transformation qui à un polygones associe le suivant
 - suite de polygones CV vers l'isobarycentre

▼ II. 1. Distance

- def matrice de Gram
- prop avec distance

▼ II. 2. Aire, volume

- aire du parallélogramme

- inégalité de Hadamard (app matrice de Gram)
- ▼ II. 3. Coord barycentriques
 - systèmes de Cramer
 - coord barycentriques dans un triangle
- ▼ III.1. Classification d'objet sous l'action de groupe affine
 - def groupe affine
 - classification des coniques (annexe)
 - théo class coniques: trois orbites pour coniques propres
- ▼ III.2. Sous-groupes des isométries préservant une partie
 - def isométrie affine
 - notation isométrie préservant une partie et isométries positives
 - Polygones réguliers
 - def groupe diédral: D_n
 - prop: pour P_n polygone régulier à n côtés alors $\text{Isom}(P_n) = D_n$ et $\text{Isom}^+(P_n) = Z/nZ$
 - Solides platoniciens
 - isométries du Cube et du tétraèdre
 - colorriages
- ▼ IV.1. Points et nombres constructibles
 - def pt constructibles
 - nbr constructibles
 - théo Gauss Wantzel
- ▼ IV.2. Polygones constructibles
 - def
 - rq nbr premiers
 - def nbr de fermat (rq pas premiers!)
 - théorème DEV2