224 - Exemples de développement asymptotiques de suites et de fonctions.

➤ Références	[GOU_ANA], [ROM_ANA], [PGCD]
📁 Section	Analyse
📅 Date	@22 janvier 2025
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok
☰ Enseignant	Guillaume Leloup
➤ Développements choisis	Méthode de Laplace , Nbr zéros équa diff
🔍 Nb choisis	2
➤ Développements	Méthode de Laplace , Nbr zéros équa diff

Rapport de Jury

Introduction

- généralisation DLs / équivalent
- quantifier la vitesse de convergence

Plans

▼ Plan

- I. Du DL aux DAs
 1. DL
 2. DSE
 3. DA
- II. Développement asymptotique de suites
 1. Suites implicites, suites explicites
 2. Suites récurrentes
 3. Suites et série numériques
- III. Exemples de développements asymptotiques de fonctions
 1. Théorème de comparaison d'intégrale cv ou divergente
 2. Fonctions définies par une intégrale à paramètre
 3. Fonctions définies par une somme

▼ Plan détaillé

- ▼ I.1. DL
 - Définition dvlpmts limités + thm DL unique + exemple
 - Thm F a $DL0(c)$ ssi f continue + f $DL1(c)$ ssi f dérivable en c
 $x^3 \sin(1/x^2)$ a $DL2(0)$ mais est seulement prolongeable $C1$ et non $C2$ en 0
 - Formule de Taylor + Formule de Taylor reste intégral
 - Pleins d'exemples
 - app: TCL
- ▼ I. 2. DSE
 - Def développable en série entière
 - $PRop$ f développable en série entière $\Rightarrow f$ C infini sur un voisinage de a
 - Exemple
- ▼ I. 3. DA
 - Def Echelle de compasraison + DA
 - $DL = DA$ pour l'échelle de comparaison $\{(x-x_0)^n\}$ + Exemple
- ▼ II. 1. Suites implicites, suites explicites
 - Ex un zero de $X^5 + nX - 1$
 - ...
- ▼ II. 2. Suites récurrentes
 - Prop d'équivalence sous certaines conditions de $u_{n+1}=f(n) +$
Exemple
 $f=\sin, f=\ln(1+x)$
 - Méthode de Newton + Exemple $u_{n+1}=u_n/2 + 1/u_n$
- ▼ II. 3. Suites et séries numériques
 - Thm de comparaison des séries numériques(pour suites positives) +
cex avec series de non positifs (utiliser le critère de cv des séries

alternées $u_n = (-1)^n / \sqrt{n}$, $v_n = (-1)^n / \sqrt{n} + 1/n$

- DA de la série harmonique
- Comparaison série intégrale + Ex équivalent du reste de la série $1/n^\alpha$
- Série de Bertrand
- Équivalent de $u_n = \sum 1/(n+2k)^3$ (factoriser par n + somme de Riemann)

▼ III.1 Théorème de comparaison d'intégrale cv ou divergente

- Thm de comparaison + exemple fonction du logarithme intégrale + ex
DAn(0) du reste de l'intégrale en l'infini de e^{-t}
- Nombre de zéros

▼ III.2. Fonctions définies par une intégrale à paramètre

- Méthode de Laplace + appl Stirling
- Méthode de la phase stationnaire

▼ III.3. Fonctions définies par une somme

- Formule sommatoire de Poisson + App fct theta de Jacobi
- f Cpm décroissante avec intégrale finie. Alors $\sum f(nt) \sim_{t \rightarrow 0} \int_0^\infty f$ + app on peut retrouver l'équivalent de la fct de theta de Jacobi
- Ex DA de fcgt zeta(s) quand s tend vers $1 = 1/s - 1 + \gamma + o(1)$

- nbr de zéros d'une équation diff
- Laplace
- Méthode d'accélération de convergence