

223 - Suites réelles et complexes. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

➤ Références	[GOU_ANA], [Hauchecorne], [PGCD], [Amrani_suites], [ROM_ANA], [FGN-3], [Carnet voyage analystan].
📁 Section	Analyse
📅 Date	@11 mars 2025
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok REF !
☰ Enseignant	Guillaume Leloup
➤ Développement choisis	Réciproque de Cesaro , Critère d'équirépartition de Weyl
🔍 Nb choisis	2
➤ Développement	Réciproque de Cesaro

Rapport de Jury

L'utilisation des valeurs d'adhérence pour montrer des convergences ou des continuités, ainsi que celle des limites inférieures et supérieures d'une suite réelle (qui permettent des rédactions expurgées d'epsilons superflus) sont des thèmes centraux. Le théorème de Bolzano-Weierstrass ainsi que celui de Cesàro, que les candidates et candidats doivent savoir démontrer, sont incontournables dans cette leçon.

Sans se limiter aux cas convergents, on peut également présenter des exemples d'études asymptotiques de suites déniées par des sommes ou des relations de récurrence, voire implicitement.

D'autres pistes, comme les différentes méthodes d'approximation des réels par des irrationnels, la résolution numérique d'équations et leur vitesse de convergence peuvent être explorées.

Les candidates et candidats solides peuvent s'intéresser par exemple à l'équirépartition, à l'étude de systèmes dynamiques discrets, à l'accélération de la convergence, aux procédés de sommation des séries divergentes et aux théorèmes taubériens qui en découlent.

- Bolzano Weierstrass connaître démo

Introduction

Grâce aux suites, on peut approcher des réels (π , e , γ , φ ,...), des zéros de fonctions (Newton, sécante,...), des intégrales de Riemann (rectangles, trapèzes, point milieu,...), des équations différentielles (schéma d'Euler, Runge Kutta,...).

On dit à l'oral qu'on aurait pu parler des méthodes de résolution de systèmes linéaires ou des méthodes de descente, mais cela utilise des suites vectorielles...

Plans

▼ Plan

- I. Caractéristiques de suites numériques
 1. Convergence
 2. Valeurs d'adhérences
 3. Equirépartition
- II. D'autres critères de CV
 1. Adjacentes
 2. Cauchy
 3. Réciproque Césaro
 4. Nbr montés
- II. Comportement asymptotique
 1. ?
 2. ?
- III. Méthodes numériques
 1. Résolution d'équation
 2. Résolution d'équations différentielles

▼ Plan détaillé

- ▼ I.1. Convergence
 - ° def
 - def CV
 - arithématique DV et géométrique CV ssi
 - prop unicité de la limite
 - convergente implique bornée + c-ex réciproque
 - ° premiers critères
 - croissante + majo / décroissante + mino \Rightarrow CV
 - gendarmes: exemple ?
 - ° d'autres prop
 - CV Cesaro + cex réciproque ou après
 - app: Kronecker + app aux probas (au moins à l'oral, martingales démo théo arrêt ? Cours simulation JCB ?)
 - Suites récurrentes: Si f continue et un converge alors c'est vers un point fixe de $f + ex +$ comportement de (un) suivant la monotonie de f

3. Calcul approché d'intégrales

Annexe: schema valeur d'adhérence

- théorème de point fixe de Banach ??

▼ I. 2. Valeurs d'adhérences

- définition + ex $(-1)^n$
- Suite CV \rightarrow unique VA + Suite avec au moins 2 valeurs d'adhérence est divergente
- C-ex: 1 sur pair et n sur impair: unique VA et CV pas
- def liminf/limsup + prop: plus petit/grande VA attention dans \mathbb{R}

° Prop sur l'ensemble des va

- expression ensemble valeurs d'adhérence intersection fermeture..
- Adh(un) est un fermé + (lemme de la grenouille)

° Bolzano Weierstrass

- Bolzano Weierstrass + app(compacte décroissants ?)

▼ I. 3. Equirépartition

- DEV 1

▼ II. 1. Suites de Cauchy

déf, convergente implique de Cauchy, toute suite de Cauchy est bornée, toute suite de Cauchy est convergente.

Gourdon : CVA implique CV.

▼ II.2. Adjacentes

- def
- ex
- app: critères séries alternée
- app

▼ II. 3. Réciproques Césaro

- DEV 2
- ex application ?

▼ II. 4. Nbr de montés

- prop sur les suites
- applications aux martingales

▼ III. Comportement asymptotiques

\rightarrow REPENDRE LECON 224

\rightarrow suites définies par sommes, implicitement, relation récurrence

\rightarrow à mettre: sommation de relation de comparaison

\rightarrow résolution numérique d'équations, A COMPLETER

▼ IV. 1 Résolution d'équation

- Méthode de Newton (si pas de place ou veux plus IV? rentre dans la partie précédente avec équivalent)

▼ IV.2. Résolution d'équations différentielles: NUMERIQUE ?

▼ IV.3. Calcul approché d'intégrales

- parler plus des suites récurrentes ? classification.. ? suites récurrentes linéaires.. ?
- suites homographiques ?