

218 - Formules de Taylor. Exemples et applications.

➤ Références	[PGCD], [Zully_queeff], [ROM_ANA], [GOU_ANA]
📁 Section	Analyse
📅 Date	@25 septembre 2024
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok
☰ Enseignant	Isabelle Gruais
➤ Développement choisis	<u>Lemme de Morse</u> , <u>Méthode de Laplace</u>
🔍 Nb choisis	2
➤ Autres développements à case comme item	<u>Théorème de Lévy + TCL</u>
➤ Développement	<u>Théorème de Lévy + TCL</u> , <u>Méthode de Laplace</u> , <u>Lemme de Morse</u>

Rapport de Jury

- champs d'application de la géo (position relative) aux proba (TCL)
- terme de restes à savoir analysé
- lien entre DL ordre n et dérivées n ieme
- caractère DSE
- méthode d'analyse numérique ?

Introduction

→ calculer des limites pas cool.

→ Fct peut être approchée au vois d'un point par une fonction polynôme dont les coeff dépendent uniquement des dérivées de la fct en ce point.

Plans

▼ Plan

I. Énoncés

1. Dans R
2. Dans \mathbb{R}^n

II. Etude de fonctions

1. Etude locale: DL et extremas
2. Etude globale: DSE
3. Etude asymptotique

III. Applications dans d'autres domaines

1. En probabilité
2. En analyse numérique

Annexe: DLs, (p91 Gourdon) DSE usuels motrés avec Taylor (p251 Gourdon)

Utilisation de Taylor dans demo des caractérisations des fcts convexes

▼ Plan détaillé

▼ I.1. Le cas spécifique de R

→ Gourdon

- rôle
- EAF + application prépa encadrement $\ln(1+1/t)$
- taylor lagrange + rq n=0 EAF
- app: Kolmogorov
- ex inégalité

▼ I. 2. Dans \mathbb{R}^n

- IAF + cons f constante $\Leftrightarrow df=0$ + app : th fondamental de l'analyse"
- inégalité taylor lagrange
- taylor young
- taylor reste intégrale + n=0 theo fonda analyse
- rq: on a énoncé les résultats de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ mais vrai si part d'un ouvert de \mathbb{R}^p , juste différentielles à la place des dérivés
- ex: Taylor reste intégral ordre 2 ce qu'on a besoin pour Morse

▼ II. 1. Etude Locale: DLS et extremas

- lien avoir des DLs à l'ordre blabla et être dérivable...
- Extremas ? Caractérisation des min et max quand on sait qu'on est un extremum
- position relative d'une courbe et sa tangente dans R [regarde signe dérivée seconde]

- app: position relative surface / tangent
 - lemme de morse
 - rq retrouve position relative surface/tangent plus rapidement
- ▼ II. 2. Etude globale: DSE
- Gourdon p 250,
- (si f DSE, sa série retrouver coeff de la série de Taylor)
 - DSE si suite des restes tend vers 0
 - méthode écrit le reste comme reste de Lagrange ou reste intégral pour m_q tends vers 0
 - ex $\exp(x)$
 - annexe: quelques DSE usuels
- ▼ II.3 Etude asymptotique
- Laplace
- ▼ III. 1 Probas
- régularité $X \leftrightarrow \phi$ (Simon Veil) (csq Taylor Young)
 - caractérisation moment quand limsup blabla (csq Taylor Lagrange)
 - TCL
- ▼ III.2. Analyse numérique
- ° Méthode de Newton
- Rouvière / Rombaldi
- quantification
 - ex d'utilisation: racine p-ième d'un nombre $f(x) = x^2 - y$ on obtient une valeur approchée de \sqrt{y} assez rapidement.
- ° Approximations d'intégrales
- Demailly
- Subdivision,
 - majoration de l'erreur, méthodes rectangles..

Regarder si dans Demailly: Tableau comparaison méthodes (rectangles, point milieu, trapèzes, simpson).

- si veut écarter DEV, et plus de trucs à dire au niveau des positions de plans/courbes.. III.3. Géométrie