

Théorème de non
ambiguïté.

- $F = p \in P$ trivial

- $F = (\neg F')$

taille de formule ≥ 2 donc non
variable $\in P$.

$$t(p) = 1$$

$$t(\neg F) = 1 + t(F)$$

$$t(F \wedge G) = 3 + t(F) + t(G)$$

commence par $\neg$ donc ne peut s'écrire
que $\neg F''$ $F' = F''$

(si $F = (F' \wedge G')$, commence par une parenthèse et par $\neg$)
 $F = (F \wedge G)$

seul cas $(F' \wedge G')$

Poids d'une parenthèse

Lemme $\forall F$

- nombre pair de parenthèse
- autant d'ouvrante que de fermantes
- une ouvrante de valeur 1 (première) une fermante de valeur zéro (dernière).
- si p de F alors $p+1$ dans P

3-SAT est
NP-complet

NP : évident

Réduction à partir de SAT

φ une formule. On considère son arbre.

Pour φ , on construit φ' comme ceci

- chaque variable de φ .
- une variable par nœud

On construit les clauses ainsi

pour un nœud $\neg$

$$\begin{aligned} & x_i = x_j \quad x_i \\ & \wedge \quad x_i = x_j \wedge x_j \wedge x_j \\ & \quad (x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee y) \wedge (\neg z \\ & \quad \vee \quad (x \vee \neg y) \wedge (x \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee y) \end{aligned}$$

Exemple $(\neg x \wedge y) \vee (\neg z \vee x)$

Justifier que la construc° est poly.

Voir comme des impli? $\bar{a} \vee b \approx a \rightarrow b$

Pour l'expliquer : on part par la implica° (+ de n)
puis on remplace ar morgun + $\bar{a} \vee b \approx a \rightarrow b$

2-SAT est résoluble
en temps linéaire.

Reprendre

2SAT

donnée F sous forme conjonctive

On veut une valuation v qui satisfasse F .

3-SAT est NP-Complet

Graphe

$$G = (V, E) \quad V = \{x_1, \dots, x_n, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n\}$$

$\forall C$ clause de 2-SAT

$$C = u \vee v$$

$$\equiv \bar{u} \rightarrow v \in E$$

$$\wedge \bar{v} \rightarrow u \in E$$

Lemme 1

F est satisfiable si aucune composante
connexe contient un littéral et sa négation

Sens direct est trivial.

Sens réciproque

Supposons qu'aucune EC ne contient x et $\bar{x}$.

Lemme 2

Le graphe G admet une composante
"source" C tel qu'aucune flèche n'arrive
dans C .

Preuve

Dans le graphe des EC, le graphe est acyclique
Il suffit alors de remonter les arêtes.