

# 171 Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

## I / Formes quadratiques réelles

- Formes quad et formes bilinéaires (DSR)
  - isométries, forme polarisée
  - ex  $f(x)g(y)$  ou  $f, g$  linéaires
  - $\mathbb{R}_n(A^2)$
- Matrices et changements de base (Gri)
- Polynômes homogènes (Gri)
- Noyau et rang (Gri), appl  $q_n$ , non déy

## II / Orthogonalité, Kohrye

- Cône isotrope (Gri)
  - Noyau C cône
- Formes quad - nulines (Gri)
  - CS Minibouly
- Orthogonalité (Gri)
  - Prop. des  $F^2$
- Endom remarquables (Gri)
  - déf et exist de l'end adjoint
  - end autoadjoint, orthogonaux
  - Groupe orthogonal

## III / Réduction

- Algorithme de Gauss et existence d'une base orthogonale (Gri)
  - existence et algorithme
  - existence d'une base orthogonale dans un espace euclidien
- Classification des formes quadratiques (Gri)
  - Thm de Sylvester
  - SO(1,2) ou PSL(1,1)
- Réduction des endom autoadjoints (Gri)
  - traduction en termes de conéducteur pour les  $p, q$
  - Ellipsoïde de John

## IV / Applications

- Quadratiques (Autin)
  - déf d'une quadrique majorée, quadrique propo
  - ex en dim 2.
  - classification des coniques projectives, affines
- Différentielle seconde (Raut)
  - Thm de Schwarz les dérivées partielles commutent lorsque  $f$  est  $C^2$
  - Lemme de Morse
    - traduction en termes de cône isotrope