

# (152) Déterminant. Exemples et applications.

Gauß, Cramer, Jacobi, Laplace, Binet, Sarrus, etc.

## I / Propriétés du déterminant

- Formes multilinéaires alternées  
→ antisym (Gauß) → espace de dim  $n$
- Déterminant d'un end, d'une matrice  
est constant sur les classes de conjugaison  
formule de développement par la base
- Propriétés:  $\det(A) = \det(A^t)$ ,  $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$   
 $\det(A \cdot \lambda) = \lambda^n \cdot \det A$  (avec  $n$  lignes)  
→ formule avec la matrice
- Det par blocs et par contact.  
→ HC par les matrices carrées → seche appl à la matrice

## II / Méthodes de calcul (G)

- mineurs et cofacteurs  
formule de Cramer + estimation du coût de calcul
- Choix  $p, q$  à une ligne, une colonne
- Pivot de Gauss
- + appl: Vandermonde, Cauchy, circulant (G, P, etc.)  
→ Hermite, Pascal & appl: Plücker

## III / Applications

- Topologie: det  $C^{\infty}$  polynomial def de l'inv  
prop topol de St (orient, etc.)  
det et rang + appl: Wronskien
- Volume (B, H, etc.): mesure de l'image d'une partie normale par un endom  
+ appl: ellipsoïde de ce plan → Jordan
- Det de Gram (2, 3, etc.): or d'un sup (euclidien)  
distance à un  $q$
- Résultant, racines communes.