

(151) Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

I / Dimension

- Familles libres, génératrices, bases (6/1)
def base incomplète, exemples \rightarrow appl: existence d'une base.
- Thm fondamentaux sur la dimension (6/1)
def de la dimension
toutes les bases ont m cardinal
- Sous-espaces vectoriels (6/2, 6/3)
• Quotient, somme directe \rightarrow Grassmann

II (Rang d'une application linéaire

- Rang: rang , Ker isom si m dimension
Thm du rang
- Matrices Eq si elles ont m rang
rang si (matrices échelonnées et rang)
- Dualité: thm sur la dimension
- Systèmes linéaires (6/4 alg)
 $\text{rang}(A) = \dim(\text{Ker } A) + \dim(\text{Im } A)$
solutions de $Ax = b$
word: gén le $\text{Ker}(A)$
ou canique passant par $\text{Im}(A)$

III / Applications

- Récurrente sur la dimension
• net des end normaux
• facteurs invariants
- Extensions de corps (6/5, 6/6)
• mult, localité des degrés, racines algébriques
- Topologie (6/7)
Eq des rangs en dim fixe
 \Rightarrow appl sur de base finie complètes, \mathbb{C} des appl lin
- Représentations (6/8, 6/9)
lien dimension \leftrightarrow pdt scalaire
groupe abélien \rightarrow repr caract de dim 1