

150 Exemples d'actions de groupes sur
les espaces de matrices

CG

I) Action par multiplication

Def de l'action $GL_m(K)$ sur $M_{m,n}(K)$
 $P \cdot A = PA^{m,n}$

Def matrice échelonnée en lignes

thm de réduction méthode de pivot de Gauss

Idem avec $GL_m(K)$ sur $M_{m,n}(K)$
 $P \cdot A = AP$

et les colonnes

II) Action par équivalence

$GL_m(K) \times GL_n(K)$ sur $M_{m,n}(K) : (P, Q) \cdot A = P/Q \cdot A$

Équiv \rightarrow à rang fixe minimale J_n

Appl: A et A' ont un rang r $\rightarrow \frac{r}{\dim}$ $\frac{r}{m \cdot n}$

+ autres appl: BPP

+ AB et BA à pol caractéristique

+ hyperplan de $M_n(K)$ rencontré $GL_n(K)$

III) Action par similitude

$GL_n(K)$ sur $M_n(K) : P \cdot A = P \cdot A \cdot P^{-1}$

à rang, à trace, à det, à pol car, à pol minimal
 \rightarrow inv. partiel

Liés avec la réduction orbite fermée vs. d'ing

End cycliques, det de Frobenius, Facteurs invariants

+ appl: commutant, bi-conjugat $\hookrightarrow A$ et A' semblables

IV) Action par congruence

$GL_m(K)$ agit sur $M_n(K)$ par $P \cdot A = P A^t P$

matrices congruentes si à p , à rang, à déterminant

\rightarrow matrices sym

\rightarrow réduction dans $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{F}_q \rightarrow$ loi de normalité aux