

236 : Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

I) Techniques de calcul direct

A) Calcul de primitives

Théorème fondamental de l'analyse, exemples.

B) Intégration par parties

Théorème de l'intégration par parties, application à la semi-convergence de l'intégrale de DIRICHLET. Exemples de l'intégrale de WALLIS et la fonction Gamma.

C) Changement de variables

Théorème en dimension 1, applications à une fonction paire. Règle de BIOCHE, exemple. Théorème en dimension quelconque.

D) Théorèmes de FUBINI-TONELLI

Théorème de TONELLI. Application. Théorème de FUBINI. Calcul du volume de la boule unité.

II) Techniques de calcul indirect

A) Suites de fonctions

Théorème de BEPPO-LEVI et de convergence dominée, remarques sur les hypothèses, exemples et contre-exemples. Application à la fonction Gamma. Théorème de dérivation sous le signe intégrale. Application à la fonction Gamma. DEV 1 : INTÉGRALE DE DIRICHLET.

B) Analyse complexe

Théorème des résidus. Applications à une fraction de polynôme, à l'intégrale de DIRICHLET. Formule des compléments.

III) Transformée de Fourier

Définition, exemple, propriété de la transformée de FOURIER, exemples. Théorème de la dualité, définition du noyau de GAUSS, converge de la convolée. DEV 2 : INJECTIVITÉ DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER. Application, formule d'inversion.

IV) Technique d'approximation numérique

Méthode de quadrature, erreur de la méthode. Interpolation de LAGRANGE. Méthodes des rectangles, des points milieux, des trapèzes, de SIMPSON. Application à l'approximation de $\int_0^\pi \cos^2(x) dx = \frac{\pi}{4}$.

ANNEXE : Différentes méthodes d'approximation.

Références :

- GOURDON
- GARET-KURTZMANN
- AMRANI
- DEMAILLY