

224 : Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

Cadre : $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

I) Généralités

A) Relation de comparaison

Définitions de domination, négligeabilité et équivalence au voisinage d'un point, cas des suites, exemples. Propriétés de stabilité des différentes comparaisons, exemple et contre-exemple.

B) Développement limité

Définition, exemple. Propriétés d'unicité, de parité et d'imparité d'une fonction. Formule de TAYLOR-YOUNG, exemple. Dérivabilité et intégration des DL. Somme, produit, quotient de DL, exemples.

II) Développement asymptotique des suites

Comparaison des séries à termes positifs convergente / divergente. Application aux sommes de RIEMANN. Contre-exemple du cas non positif. DEV 1 : DÉVELOPPEMENT ASYMPTOTIQUE DE LA SÉRIE HARMONIQUE. Formule de STIRLING, application à l'inégalité de CARLEMAN. Théorème de comparaison série-intégrale, application aux séries de BERTRAND.

III) Développement asymptotique des fonctions

Relation de comparaison des intégrales convergente / divergente, exemples. DEV 2 : MÉTHODE DE NEWTON Application. Équivalent de la fonction zêta de RIEMANN.

ANNEXES : Comparaison série intégrale, méthode de NEWTON.

Références :

- GOURDON