

162 : Systèmes d'équations linéaires, opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

Cadre : \mathbb{K} un corps commutatif de caractéristique nulle.

I) Généralités

A) Définitions

Définition d'un système, système compatible, exemples.
Rang d'un système linéaire.

B) Système de CRAMER et cas général

Définition, solution d'un tel système. Déterminant principal, inconnue principale. Théorème de ROUCHÉ-FONTENÉ.
Exemples.

II) Réduction de GAUSS

A) Définition

Matrices élémentaires. Définitions d'un pivot, d'une matrice échelonnée, exemple. Action de groupe sur $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{K})$. Complexité algorithmique en $\mathcal{O}(n^3)$. Exemple.

B) Applications en algèbre linéaire

Invariance d'un ensemble engendrant un espace vectoriel.
Applications.

III) Formes normales d'HERMITE et de SMITH

Forme d'HERMITE. Application. DEV 1 : FORME NORMALE DE SMITH.

IV) Méthodes de résolution

A) Décomposition LU

Théorème et application, complexité, exemple.

B) Factorisation de CHOLESKY Théorème et application, complexité, exemple.

C) Méthode de gradient

DEV 2 : GRADIENT À PAS OPTIMAL.

Références :

- GOURDON
- CALDERO
- GRIFFONE
- BECK-MALICK-PEYRÉ
- ALLAIRE-KABER