

156 : Exponentielle de matrices.

Applications.

Cadre : \mathbb{K} un corps (\mathbb{R} ou \mathbb{C}), $\|\cdot\|$ une norme d'algèbre sur $\mathcal{M}_n(\mathcal{K})$

I) Généralités

Définition, exemple d'une matrice diagonale, continuité, cas de matrices semblables. L'application $t \mapsto e^{tA}$, inversibilité.

II) Méthodes de calcul de l'exponentielle matricielle

Décomposition des noyaux, théorème de CAYLEY-HAMILTON, application. **DEV 1** : DUNFORD + APPLICATION. Exemple.

III) Injectivité et surjectivité

Matrices nilpotentes et unipotentes, logarithme matriciel, bijection. $\exp : \mathcal{M}_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ est surjective non injective, exemple. Connexité par arcs de $GL_n(\mathbb{C})$, composantes connexes de $GL_n(\mathbb{R})$. Restrictions de l'exponentielle à $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$, applications.

IV) Propriétés topologiques

L'espace vectoriel $\mathbb{K}[A]$, différentiabilité de l'exponentielle. Morphisme continue de (\mathbb{S}, \times) dans $GL_n(\mathbb{C})$. **DEV 2** : MORPHISME CONTINU DE (\mathbb{S}, \times) DANS $GL_n(\mathbb{R})$.

V) Applications aux équations différentielles

Définition de (\mathcal{L}_H) , exemple, matrice fondamentale, forme de ses solutions dans le cas constant.. Applications et exmples.

ANNEXES : Solutions des équations différentielles selon la nature des valeurs propres.

Références :

- ROMBALDI
- GOURDON
- CALDEROI
- BERTHELIN