148 : Décomposition de matrices. Exemples et applications.

Cadre : $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, χ_M son polynôme caractéristique, π_M son polynôme minimal.

I) Invariants de similitude

L'espace $E_{M,x}$, invariants de similitude, réduction de FROBENIUS. Exemples et applications.

II) Décomposition de DUNFORD

A) Résultats généraux

Théorème de CAYLEY-HAMILTON, lemme des noyaux, application et exemple. **DEV** 1 : DÉCOMPOSITION DE DUNFORD. Exemple.

B) Cas particulier

Matrice semi-simple. Cas où $\mathbb{K} = \mathbb{C}$. Exemple. Caractérisation des matrices semi-simples. Exemple. DUNFORD généralisé.

C) Application à l'exponentielle matricielle

Définition de l'exponentielle matricielle, continuité. Application de la décomposition de DUNFORD à l'exponentielle, exemple. Décomposition de DUNFORD de e^M. **DEV** 1 (BIS) : CARACTÉRISATION D'UNE MATRICE DIAGONALISABLE.

III) Réduction de JORDAN

A) Résultats généraux

Bloc de JORDAN. **DEV** 2 : RÉDUCTION DE JORDAN. Exemple.

B) Lien avec la décomposition de DUNFORD

Matrice de passage de la réduction de JORDAN. JORDAN $\longrightarrow$ DUNFORD. Exemple.

C) Application à la résolution d'équations différentielles

Définition de $\mathcal{L}_H$. Structure de ses solutions. La matrice fondamentale e^{tA}. Cas diagonalisable. Exemples.

ANNEXES : Tableau comparatif des différentes décompositions proposées (hypothèse de χ_M scindé, calcul exponentiel, détermination du polynôme caractéristique, du polynôme minimal)

Références :

- GOURDON
- ROMBALDI
- BERTHELIN