

144 : Racines d'un polynôme.

Fonctions symétriques élémentaires.

Exemples et applications.

Cadre : \mathbb{K} est un corps commutatif, $P \in \mathbb{K}[X]$

I) Racines d'un polynôme

Définition d'une racine, caractérisation. Multiplicité d'une racine. Application. Morphisme d'algèbres (fonctions polynomiales). Cas des corps finis. Polynôme dérivé. Polynôme scindé. Lien entre les racines et les polynômes symétriques élémentaires. Applications.

II) Polynômes symétriques élémentaires

Définition d'un polynôme à n indéterminée symétrique. Exemple. Polynôme symétrique élémentaire, exemples. Théorème fondamental des polynômes symétriques. Exemples. Identités de **NEWTON**. **DEV 1** : FORMES DE HANKEL.

III) Extension de corps

A) Extension algébrique

Définition d'une extension de corps, exemples, théorème de la base télescopique, morphisme évaluation en élément du surcops, élément algébrique et transcendant. Caractérisation des éléments algébriques. Sous-corps des éléments algébriques sur \mathbb{K} .

B) Adjonction de racines

Corps de rupture, exemple et théorème d'existence. Corps de décomposition, exemple et théorème d'existence. **DEV 2** : GALOIS INVERSE.

IV) Applications

A) Localisation des valeurs propres

Théorème de **GERSCHGÖRIN-HADAMARD**. Matrice à diagonale strictement dominante. Continuité des valeurs propres, déterminant circulant.

B) Réduction des endomorphismes

Polynôme caractéristique, critère de diagonalisabilité / trigonalisabilité, caractérisation des endomorphismes semi-simples.

Références :

- **ROMBALDI**
- **GOURDON**
- **PERRIN**