

# 124 Anneau des séries formelles. Applications

## I/ Premières définitions (Calais)

- Définition et structure d'anneau :  $A[[X]]$
  - Notation sous forme de série
  - Def de l'évaluation, de la sermalibilité, propriétés
- exemples

## II/ Structure algébrique

- Etude de l'anneau  $A[[X]]$  (Calais)
  - $A$  intègre  $\Leftrightarrow A[[X]]$  intègre  $\rightarrow$  intl. corps des fractions  $A((X))$
  - Ensemble val  $(f) \geq m$  est un idéal
  - Inversibles de  $A[[X]]$
  - Principauté de  $K[[X]]$ , étude de la réciproque (voir références)
- Composition et dérivation (Calais)
  - Composition (= substitution), prop de la valuation
  - série formelle dérivée
- Lien avec les fractions rationnelles (Calais, Arnaudier-Bonin)

$K(X)$  s'injecte canoniquement dans  $K[[X]]$   
Formule générale pour  $\frac{1}{(x-x)^k}$
- Propriétés topologiques de  $A[[X]]$ 

définition d'une distance, complétude,  $A[[X]]$  dense dans  $A((X))$ .

## III/ Applications

- Lien avec les séries entières

Déf du rayon de convergence, fonction holomorphe  
Appl: Equation de Bessel (Deb analyse), marche aléatoire sur  $\mathbb{Z}$  (Deb an)
- Séries génératrices et dénombrements (FGM)
  - Fibonacci
  - Nombre de dérangements
  - Nombre de Catalan
  - Equation diophantienne (FGM)
  - Formules de Newton (FGM)