

(102) Groupe des nombres complexes de module 1.

Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

I / Etude algébrique du groupe

- Groupe U , morphisme exponentiel sans continue $U \cong \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$
- Sous-groupes de U
 - S_n infinis : denses dans $U \rightarrow$ FGN
 - S_n finis : $U_n \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ grpe cyclique $\sum e^{in\theta} = 0$ rac. $z^n = a$
 - + dév. Formule de Poisson
 - $U_{mn} \cong U_m \times U_n$
 - Table de caractères de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- Polynômes cyclotomiques (P)
 - \rightarrow racine primitive + cardinal ϕ
 - Def de poly cyclotomique \rightarrow irréductible $\mathbb{Q}[X]$
 - \rightarrow applications : Dirichlet Pa. GG, Kronecker (G), Wedderburn (P)

II / Applications en géométrie du plan

- U comme compact de \mathbb{C}
- Def de l'angle IRWM données de U avec SO_2^+
- argument d'un nombre complexe \rightarrow θ de relèvement
- Thm de Poincaré (avec involutions) \leftarrow Homographies stabilisant U (Eisen)
- + Paramétrisation rationnelle de U (Carles) (Carles)

III / Nombres constructibles (Karolyi)