

Leçon 162- Système d'équations linéaires. Opérations élémentaires.  
Aspects algorithmiques et conséquences théorique.

I. *Etude théorique.*[1]p.147

1. *Définitions et interprétations*

- Déf : On définit le système
- Déf : Solution
- Déf : Système compatible
- Expression matricielle et expression vectorielle
- Déf : rang d'un système

2. *Système de Cramer*

- Déf : Système de Cramer
- Prop :  $AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$  toujours unique solution
- Thm et formule de Cramer
- Exemple

3. *Cas général*

- On prend un système de rang r
- Déf : Equation et inconnue principale  $\rightarrow$  on se ramène à un système de Cramer
- Déf : Indétermination d'ordre n-r
- Exemple

4. *Cas des systèmes homogènes*

- Déf :  $AX=0$
- Prop : Un système homogène est toujours compatible
- Prop : L'ensemble des solutions est un espace vectoriel de dimension (n-r)
- Prop : Il y a existence des solutions ssi  $\det(A) \neq 0$
- **Dev 1 : Dimension du commutant**

II. *Méthodes pratiques de résolution.*

1. *Méthode du pivot de Gauss* [1]p.47

- Prop : Invariance de l'espace des solutions par opérations élémentaires
- Déf : Matrice échelonnée
- Algorithme du pivot de Gauss + complexité [2]

2. *Factorisation LU* [2]

- Prop : On cherche L triangulaire inférieure et U triangulaire supérieure telles que  $A=LU$
- Prop : Si  $A=LU$  alors résoudre  $AX=B$  revient à résoudre deux systèmes triangulaires
- Thm : Existence et unicité

3. *Factorisation QR* [2]

- $A=QR$  avec Q orthogonale et R triangulaire supérieure
- Prop : Résoudre  $AX = B$  revient à résoudre  $RX = Q^T B$
- Prop : Complexité + existence/unicité

4. *Méthode itérative [2]*

- Explication de la méthode itératives
- **Dev 2 : Méthode itératives de résolution de systèmes linéaires**

*Bibliographie :*

- 1- Grifone : Algèbre linéaire
- 2-Dumas : Modélisation à l'oral de l'agrégation