

Leçon 157- Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

I. Endomorphismes trigonalisables.

1. Définitions

- Déf : Trigonalisable pour un endomorphisme et une matrice
- Prop : Valeurs propres sur la diagonale
- Exemple d'une matrice qui n'est pas trigonalisable sur \mathbb{C}

2. Condition de trigonalisation

- Prop : u trigo sur $k \Leftrightarrow \chi_u$ scindé
- k algébriquement clos alors tout $u \in \mathcal{L}(E)$ est trigo
- Prop : Idem pour les matrices
- Corollaire avec les SEV stables

3. Trigonalisation simultanée

- Déf : base commune de trigonalisation
- Thm de trigonalisation simultanée

II. Endomorphismes nilpotents

1. Définitions

- Déf : endo nilpotent
- Prop : u nilpotent alors sa seule valeur propre est 0
- Prop : k algébriquement clos : u nilpotent ssi sa seule valeur propre est 0
- Prop : Nilpotent ssi $\text{Tr}(u^k)=0$
- **Dev 1 : Topologie des classes de similitudes**

2. Réduction des endomorphismes nilpotents

- Lemme : $(1, u, u^2, \dots)$ stable par u et libre
- Réduction de Jordan Nilpotent

III. Application à la réduction d'endomorphismes

1. Selon les sous espaces caractéristiques

- Déf : Sous espaces caractéristiques
- Prop : Noyaux itérés

2. Dunford

- **Dev 2 : Dunford**
- Exemples

Bibliographie :

- 1- Rombaldi : Algèbre et Géométrie