

Leçon 122- Anneaux principaux. Applications.

I. Anneaux principaux : Généralités

- Déf : Anneau principal
- Exemple : \mathbb{Z} et K corps
- Prop : I idéal maximal $\Leftrightarrow I$ premier $\Leftrightarrow I=(p)$
- $A/(p) =$ corps
- A corps $\Leftrightarrow A[X]$ principal
- Déf : Anneau euclidien
- Prop : Tout anneau euclidien est principal
- Exemple : $(\mathbb{Z}, | \cdot |), \mathbb{Z}[i]$ euclidien
- Application : **Dev 1 : Thm des deux carrés de Fermat**

II. Divisibilité dans un anneau principal

- Lemme de Gauss / Thm de Bézout
- Principal \Rightarrow factoriel
- Algorithme d'Euclide
- Exemple

III. Applications

- Thm Chinois + corollaire
- Application
- Déf : Polynôme minimal
- Lemme de décomposition des noyaux
- **Dev 2 : Endomorphismes semi-simples**

Bibliographie :

- 1- Madère : Leçons d'algèbre
- 2- Perrin : Cours d'algèbre
- 3-Risler-Boyer : Algèbre pour la L3