

Leçon 104 - Groupes finis. Exemples et applications.

I. *Groupes abéliens finis [1]p.59*

1. *Groupes cycliques et générateurs*

- Déf : Groupe cyclique
- Exemple : $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, \mathbb{U}_n, \dots
- Prop : $G = \langle a \rangle$ + ordre
- Thm de Lagrange
- Prop : Tout groupe cyclique d'ordre n est isomorphe à $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- Prop : $G \cong G' \Leftrightarrow |G| = |G'|$ et $|Aut(G)| = \varphi(n)$
- **Dev 1 : Automorphisme de \mathbb{Z}/p alpha \mathbb{Z}**
- Prop : Sous groupe d'un groupe cyclique

II. *Groupe d'ordre premier*

- Déf : Groupe simple
- $|G| = p \Leftrightarrow G$ cyclique et simple
- Prop : Centre d'un p -groupe
- Groupe de cardinal p^2
- Thm de structure des groupes abéliens finis

III. *Groupe symétrique*

1. *Générateurs de S_n [1]*

- Déf : Cycle / Longueur d'un cycle ...
- Thm : Un élément de S_n s'écrit comme produit de cycle à support disjoints
- Exemple
- Prop : Générateur de S_n

2. *Groupe alterné [2] p.119*

- Déf : Morphisme signature
- Cardinal du groupe alterné

IV. *Les p -Sylows [3] p.18*

- Déf : p -Sylow
- **Dev 1 : Thm de Sylow**
- Application : Groupe simple
- **Dev 2 : An est simple**

Bibliographie :

- 1-Combes : Algèbre et géométrie
- 2- Calais : Éléments de théorie des groupes
- 3- Perrin : Cours d'algèbre