

Leçon 250 : Transformation de Fourier. Applications.

I. Transformation de Fourier dans $L^1(\mathbb{R})$

1. Définitions et premiers exemples

- Def : Transformation de Fourier
- Lemme de Riemann-Lebesgue
- Thm : Fourier continue et borné
- Corollaire : $\mathcal{F} : (L^1(\mathbb{R}), \|\cdot\|_1) \rightarrow (C_0(\mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty)$
- Exemple
- **Dev 1 : Transformation de Fourier d'une Gaussienne**

2. Convolution et transformation de Fourier

- Prop : $\mathcal{F}(f * g) = \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g)$
- Formule de dualité
- Fourier injective
- Formule d'inversion de Fourier
- Dérivée d'une transformation de Fourier
- Exemples

II. Transformation de Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R})$

1. Définitions

- Def : Décroissance rapide
- Exemple : $x \mapsto e^{-|x|}$
- Def : Espace Schwartz
- $\mathcal{C}_c^\infty \subset \mathcal{S}(\mathbb{R})$
- Stabilité

2. Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R})$

- $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ est stable par le Fourier
- Fourier de $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ est bijective
- $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ dense dans $S L^2(\mathbb{R})$

III. Transformation de Fourier dans L^2

1. Formule de Plancherel-Parseval

- Def : Approximation de Poisson + Lemme
- **Dev 2 (partie 1) : Formule de Plancherel Parseval**

2. Le Fourier de Plancherel

- **Dev 2 (partie 2) : Thm de Plancherel**
- Convolution

Bibliographie :

- 1- El Amari : Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels