

Leçon 246 : Séries de Fourier. Exemples et applications.

I. Généralités

1. Notations

- Def : $\mathcal{C}_{2\pi}$ et $L_{2\pi}^p$
- Remarque : Hölder et inclusion
- Def : $e^{inx} := e_n(x)$
- Def : \mathcal{P} ensemble des polynômes trigo

2. Propriétés

- Prop : $\mathcal{C}_{2\pi}$ dense dans $L_{2\pi}^p$ et \mathcal{P} dense dans $\mathcal{C}_{2\pi}$
- Prop : $(e_n)_n$ est une base Hilbertienne

3. Séries de Fourier

- Def : Coeff de Fourier et coeff réels
- Def : Somme partielle de Fourier
- Lemme de Riemann Lebesgue
- **Dev 1 : Existence de série de Fourier divergente**

II. Convergence des séries de Fourier

1. Noyaux trigonométriques

- Noyau de Dirichlet + propriétés
- Noyau de Féjer + propriétés

2. Différents types de convergences

- Au sens L^2 (Parseval)
- Convergence ponctuelle
- Convergence au sens de Césaro
- **Dev 2 : Thm de Féjer**
- Remarque : Nouvelle preuve de $(e_n)_n$ base Hilbertienne

3. Les fonctions $\mathcal{C}^{1,p}$

- Thm : Dirichlet
- CVN des séries de Fourier

III. Applications

1. Sommes de séries

2. Formule sommatoire de Poisson

Bibliographie :

- 1- El Amari : Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels
- 2-Gourdon : Analyse