

Leçon 202 : Exemples de parties denses et applications.

I. Premiers exemples de parties denses

I - 1. Parties denses de \mathbb{R}

- \mathbb{Q} est dense dans \mathbb{R} et $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ est dense dans \mathbb{R} [1]
- Sous groupes additifs de \mathbb{R} [1] p197
- $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z}$ dense dans $\mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{a}{b} \notin \mathbb{Q}$ [1]
- Application $u_n = \sin(n)$ [1]

I - 2. Parties denses de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$

- $C_n(\mathbb{K})$ est l'intérieur de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ [5]
- $\overline{D_n(\mathbb{K})} = \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ [5]

I - 3. Fonctions continues

- **Dev1 : Thm de Weierstrass** [1]
- $\int_0^1 f(t)t^n dt = 0 \rightarrow f = 0$ [1]
- Polynôme trigonométrique dense dans $\mathcal{C}_{2\pi}$ [1]

II. Densité dans les espaces fonctionnels

II - 1. Parties denses dans un Hilbert

- F dense dans $H \Leftrightarrow F^\perp = \{0\}$ [2]
- Définition base Hilbertienne [2]
- Application pour les séries de Fourier [2]

II - 2. Thm de Baire et conséquences

- Thm de Baire et applications [1]
- Banach-Steinhaus [1]

II - 3. Espaces L^p

- Les fonctions étagées sont denses dans L^p [3]
- **Dev 2 : $D(\mathbb{R})$ est dense dans L^p** [4]

Bibliographie :

- 1 Gourdon : Analyse
- 2 Objectif agrégation
- 3 Brézis : Analyse fonctionnelle
- 4 Farault : Calcul intégral
- 5 Caldero-Germoni : Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie tome 1